INNOVATIVE: Journal Of Social Science Research
Volume 4 Nomor 6 Tahun 2024 Page 961-970
E-ISSN 2807-4238 and P-ISSN 2807-4246
Website: https://j-innovative.org/index.php/Innovative

Peningkatan Akurasi Estimasi Probabilitas Kematian Menggunakan Metode Interpolasi Modifikasi Kostaki Dengan Lagrange 6 Titik Pada Tabel Mortalitas Indonesia IV 2019

Felicia Eldora[1✉], Khoiriyati Azmi[2], Ledy Meva Tiurma Gultom[3], Sudianto Manullang[4], Nurul Ain Farhana[5]
Universitas Negeri Medan
Email: feli.4223230022@mhs.unimed.ac.id[1✉]

Abstrak

Penelitian ini membahas penerapan metode interpolasi modifikasi Kostaki dengan Lagrange 6 titik (MKL6) untuk memperkirakan probabilitas kematian berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) IV 2019 untuk kategori laki-laki. Metode ini digunakan untuk meningkatkan akurasi estimasi peluang meninggal pada interval usia satu-tahunan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa interpolasi MKL6 menghasilkan estimasi yang lebih akurat dibandingkan metode interpolasi konvensional, terutama dalam mengatasi ketidakakuratan data pada tabel mortalita. Penelitian ini menyimpulkan bahwa pendekatan interpolasi Kostaki yang dimodifikasi dapat memberikan estimasi yang lebih presisi untuk berbagai interval usia.
Kata Kunci *: Interpolasi Kostaki, Modifikasi Lagrange, TMI IV 2019, Premi, Mortalita.*

Abstract

This study discusses the application of the Kostaki modified interpolation method with a 6-point Lagrange (MKL6) to estimate the probability of death based on the Indonesian Mortality Table (TMI) IV 2019 for the male category. This method is used to improve the accuracy of estimating the chance of death at the one-year age interval. The results show that MKL6 interpolation produces more accurate estimates than conventional interpolation methods, especially in overcoming data inaccuracies in mortality tables. The study concluded that the modified Kostaki interpolation approach could provide more precise estimates for various age intervals.
Keywords: Costaki Interpolation, Lagrange Modification, TMI IV 2019, Premium, Mortalita.

PENDAHULUAN

Aktuaris menggunakan tabel mortalita, juga dikenal sebagai tabel kehidupan, untuk membuat struktur premi dan cadangan untuk anuitas, program pensiun, dan asuransi jiwa. Semakin berkembangnya zaman, masyarakat di Indonesia telah lebih sadar akan betapa pentingnya asuransi (Hendra Perdana, 2020). Asuransi jiwa ialah program perlindungan dengan bentuk pengalihan risiko terhadap hidup atau meninggalnya seseorang yang dipertanggungkan, pada asuransi jiwa perusahaan asuransi akan memberikan sejumlah uang sebagai bentuk uang pertanggungan atau santunan (Kismonika et al., 2022). Tabel mortalita menampilkan informasi tentang kematian dalam bentuk probabilitas ("Microsoft Excel," 2021). Salah satu penggunaan tabel mortalita ialah dalam menghitung cadangan asuransi. (Rejd, 2003) pada bukunya yang berjudul "Principles of Risk Management and Insurance", cadangan dalam asuransi ialah sejumlah uang yang disiapkan oleh perusahaan asuransi guna menutupi klaim yang diperkirakan akan dibayarkan pada waktu mendatang. Produk asuransi yang digemari masyarakat ialah asuransi jiwa. Manfaat yang didapatkan dari produk asuransi ini bisa berupa manfaat penyakit kritis, meninggal dunia, dan lainnya (Wardah et al., 2024). Ada kemungkinan bahwa data tabel mortalita tidak akurat atau kurang, yang memungkinkan penggunaan metode perhitungan alternatif. Interpolasi adalah salah satu teknik yang dapat digunakan untuk menghitung data pada tabel mortalita (Sofiyani & Permanasari, 2023).

Interpolasi adalah proses mencari dan menghitung nilai suatu fungsi dengan grafik yang terdiri dari sekumpulan titik yang dihasilkan dari fungsi yang sudah diketahui. Proses ini dilakukan dalam dua cara: pertama, dengan mencari titik tengah, yang disebut interpolasi;

kedua, dengan memperkirakan titik ujung set data yang terdefinisi atau titik selanjutnya dari titik yang sudah diketahui, yang disebut ekstrapolasi (Lamabelawa, 2018). Berdasarkan data yang telah diketahui, teknik interpolasi ini digunakan untuk memprediksi data baru. Ada berbagai jenis interpolasi, termasuk interpolasi linear, interpolasi newton, interpolasi lagrange, dan interpolasi kostaki (Hurit & Nanga, 2022). Dalam penelitian ini, metode interpolasi lagrange digunakan, dan tabel mortalita yang digunakan dalam penelitian ini didasarkan pada tabel mortalita Indonesia tahun 2019 untuk kategori laki-laki, yang mungkin diubah untuk menggunakan interpolasi kostaki. Untuk menafsirkan ketidakakuratan data pada tabel mortalita Indonesi 2019, metode interpolasi modifikasi kostaki menggabungkan metode interpolasi kostaki dengan metode lagrange (Pipit Muliyah, Dyah Aminatun, Sukma Septian Nasution, Tommy Hastomo, Setiana Sri Wahyuni Sitepu, 2020). Kostaki menemukan cara nonparametrik untuk membuat tabel mortalita lengkap dari tabel mortalita ringkas.

Metode ini memerlukan data dari tabel mortalita standar, yang merupakan tabel mortalita lengkap lainnya. Metode ini menggunakan konstanta untuk setiap rentang usia (Fikri et al., 2022). Penelitian ini menganalisis peluang kematian interval usia satu tahunan dari TMI 2019 dengan menggunakan metode interpolasi modifikasi kostaki dengan lagrange 6 titik (MKL6) dan modifikasi kostaki dari TMI 2019 yang telah diinterpolasi. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menghasilkan estimasi yang lebih akurat dari kemungkinan kematian pada usia tertentu dengan menggunakan interpolasi lagrange modifikasi kostaki dengan acuan tabel mortalita Indonesia.

METODE PENELITIAN

Langkah awal adalah mengestimasi peluang meninggal untuk interval satu-tahunan berdasarkan TMI 2019 (Agustiarini & Permata Wijaya, 2021) menggunakan metode interpolasi modifikasi kostaki dengan lagrange 6 titik (MKL6) (Mansyur et al., 2024). Adapun tahapan-tahapannya adalah :

a) Menentukan peluang meninggal interval usia lima-tahunan nq_x sebagai peluang seorang yang telah mencapai usia x tahun akan meninggal sebelum mencapai usia $x+n$ menggunakan persamaan,

$$nq_x = \frac{nd_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$$

b) Menentukan peluang meninggal interval usia satu-tahunan $nq_x{}^{(l)}$ tahunan menggunakan interpolasi lagrange 6 titik $(L6)$ menggunakan persamaan,

$$q_x = nq_x{}^{(l)} = \sum_{i=1}^{6} nq_x L_i(x)$$

Dengan

$$L_i(x) = \prod_{j=1,\ j\neq i}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$

c) Menentukan nilai konstanta interpolasi kostaki nK_x untuk setiap interval usia menggunakan persamaan,

$$nK_x = \frac{\ln(1 - nq_x)}{\sum_{i=0}^{n-1}(1 - q_{x+1}^{(s)})}$$

Dengan $q_{x+1}^{(s)}$ adalah peluang seorang tepat berusia x meninggal sebelum mencapai usia $x + i + 1$ pada tabel mortalita.

d) Menentukan peluang meninggal interval usia satu-tahunan $\hat{q}_x$ pada tabel mortalita lengkap menggunakan persamaan,

$$\hat{q}_x = 1 - (1 - q_{x+1}^{(s)})^{nK_x}$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Langkah awal sebelum menentukan peluang meninggal interval usia sati-tahunan dengan metode interpolasi modifikasi kostaki lagrange 6 titik (MKL6) adalah menentukan terlebih dahulu peluang meninggal interval usia lima-tahunan yang dihitung menggunakan (1) untuk usia 0 tahun hinggga 10 tahun sebagai usia tertinggi dalam tabel mortalita. Peluang meninggal interval uisa lima-tahunan dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut:

$$nq_x = \frac{l_0 - l_1}{l_0} = \frac{(100000) - (99476)}{(100000)} = 0.005240$$

Banyaknya peluang meninggal pada usia 0 hingga 1 tahun adalah 0.00520, dan hasil dari perhitungan lainnya disajikan pada Tabel 1, dan dari tabel tersebut dapat dilihat bahwa peluang meninggal pada usia 110 tahun adalah 1.

Tabel 1 Peluang meninggal interval lima-tahunan

x	q_x^n	x	q_x^n	x	q_x^n	x	q_x^n
0	0.005240	25	0.003016	55	0.043658	85	0.495807
1	0.001579	30	0.004342	60	0.051352	90	0.661932

5	0.001100	35	0.006424	65	0.061805	95	0.800913
10	0.001000	40	0.010883	70	0.081239	100	0.903466
15	0.001849	45	0.018818	75	0.132062	105	0.968165
20	0.002458	50	0.030298	80	0.301082	110	1

Selanjutnya, dengan Tabel 1 kita dapat menentukan 6 titik interpolasi dengan interval usia lima-tahunan seperti yang ditampilkan pada Tabel 2.

Tabel 2 Titik interpolasi

Interval Usia (tahun)	Titik-titik Interpolasi					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1-10	1	5	10	15	20	25
11-15	0	5	10	15	20	25
16-20	5	10	15	20	25	30
21-25	10	15	20	25	30	35
26-30	15	20	25	30	35	40
31-35	20	25	30	35	40	45
36-40	25	30	35	40	45	50
41-45	30	35	40	45	50	55
46-50	35	40	45	50	55	60
51-55	40	45	50	55	60	65
56-60	45	50	55	60	65	70
61-65	50	55	60	65	70	75
66-70	55	60	65	70	75	80
71-75	60	65	70	75	80	85
76-80	65	70	75	80	85	90
81-85	70	75	80	85	90	95
86-90	75	80	85	90	95	100
91-95	80	85	90	95	100	105
96-110	85	90	95	100	105	110

6 titik interpolasi yang diperoleh dapat digunakan untuk perhitungan interpolasi lagrange 6 titik dari rumus (2). Perhitungan lagrange dapat dibantu dengan persamaan dari rumus (3).

$$L_1(1) = \frac{((1-5)\times(1-10)\times(1-15)\times(1-20)\times(1-25))}{((1-5)\times(1-10)\times(1-15)\times(1-20)\times(1-25))} = 1$$

$$L_1(5) = \frac{((1-1)\times(1-10)\times(1-15)\times(1-20)\times(1-25))}{((5-1)\times(5-10)\times(5-15)\times(5-20)\times(5-25))} = 0$$

$$L_1(10) = \frac{((1-1)\times(1-5)\times(1-15)\times(1-20)\times(1-25))}{((10-1)\times(10-5)\times(10-15)\times(10-20)\times(10-25))} = 0$$
$$L_1(15) = \frac{((1-1)\times(1-5)\times(1-10)\times(1-20)\times(1-25))}{((15-1)\times(15-5)\times(15-10)\times(15-20)\times(15-25))} = 0$$
$$L_1(20) = \frac{((1-1)\times(1-5)\times(1-10)\times(1-15)\times(1-25))}{((20-1)\times(20-5)\times(20-10)\times(20-15)\times(20-25))} = 0$$
$$L_1(25) = \frac{((1-1)\times(1-5)\times(1-10)\times(1-15)\times(1-20))}{((25-2)\times(25-5)\times(25-10)\times(25-15)\times(25-20))} = 0$$

Dan misalkan usia target yang diambil adalah 1 tahun maka,

$$q_x = nq_1{}^{(l)} = \sum_{i=1}^{6}(0.001579081)(1) + (0.001099517)(0) + (0.000999601)(0) + (0.001848645)(0) + (0.002457581)(0) + (0.003016365) = 0.001579$$

Hasil perhitungan peluang lainnya disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3 Peluang meninggal interval satu-tahunan dengan interpolasi L6

x	q_x	x	q_x	x	q_x	x	q_x	x	q_x
0	0.005240	23	0.002744	45	0.018818	67	0.068127	89	0.631192
1	0.001579	24	0.002867	46	0.020832	68	0.071878	90	0.661932
2	0.001523	25	0.003016	47	0.022994	69	0.076180	91	0.692160
3	0.001397	26	0.003224	48	0.025299	70	0.081239	92	0.721261
4	0.001246	27	0.003463	49	0.027739	71	0.085498	93	0.749148
5	0.001100	28	0.003731	50	0.030298	72	0.091762	94	0.775729
6	0.000982	29	0.004024	51	0.033114	73	0.101014	95	0.800913
7	0.000908	30	0.004342	52	0.035942	74	0.114181	96	0.824487
8	0.000886	31	0.004656	53	0.038694	75	0.132062	97	0.846546
9	0.000917	32	0.005007	54	0.041289	76	0.158166	98	0.867067
10	0.001000	33	0.005408	55	0.043658	77	0.188988	99	0.886040
11	0.001156	34	0.005875	56	0.045495	78	0.223727	100	0.903466
12	0.001329	35	0.006424	57	0.047106	79	0.261434	101	0.919358
13	0.001508	36	0.007079	58	0.048561	80	0.301082	102	0.933737
14	0.001683	37	0.007843	59	0.049945	81	0.340370	103	0.946636
15	0.001849	38	0.008726	60	0.051352	82	0.379973	104	0.958095
16	0.001999	39	0.009736	61	0.053107	83	0.419368	105	0.968165
17	0.002133	40	0.010883	62	0.055002	84	0.458104	106	0.976905
18	0.002253	41	0.012170	63	0.057059	85	0.495807	107	0.984381
19	0.002360	42	0.013605	64	0.059312	86	0.531655	108	0.990667
20	0.002458	43	0.015191	65	0.061805	87	0.566142	109	0.995844

21	0.002547	44	0.016929	66	0.064795	88	0.599295	110	1
22	0.002640								

Nilai-nilai dari Tabel 3 akan digunakan dalam menentukan nilai konstanta interpolasi kostaki nK_x dalam interval usia lima-tahunan menggunakan peramaan dari rumus (4).

$$nK_1 = \frac{\ln(1-0.001579)}{\sum_{i=0}^{n-1} \begin{matrix} ln(1-0.001579)+ln(1-0.001523)+ln(1-0.001397) \\ +ln(1-0.001246)+ln(1-0.0011) \end{matrix}}$$

$$nK_1 = \frac{-0.001580248}{\sum_{i=0}^{n-1} \begin{matrix} (-0.001580248)+(-0.001524161) \\ +(-0.001397977)+(-0.001246777)+(-0.001100605) \end{matrix}} = 0.230701$$

Untuk perhitungan kostaki nK_x lainnya disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4 Konstanta nK_x metode Kostaki dari interpolasi L6

x	K_x^n	x	K_x^n	x	K_x^n	x	K_x^n
1	0.230701	30	0.171635	60	0.185786	90	0.168980
5	0.229517	35	0.161236	65	0.179622	95	0.171371
10	0.149762	40	0.157977	70	0.170110	100	0.170988
15	0.174508	45	0.162277	75	0.131195	105	0.160096
20	0.185407	50	0.168424	80	0.148726		
25	0.172713	55	0.185636	85	0.163421		

Nilai interpolasi peluang kematian yang berbeda diberbagai usia ditunjukan dalam tabel konstanta nK_x dari metode interpolasi kostaki, yang dihitung menggunakan lagrange 6 titik. Secara umum, konstanta ini menurun seiring bertambahnya usia. Nilai tertingginya adalah 0.230701 pada usia satu tahun dan nilai terendahnya adalah 0.131195 pada usia 75 tahun. Pola fluktuasi terjadi di beberapa rentang usia, seperti pada usia 15-20 tahun dan 55-60 tahun, yang menunjukan variasi dalam pola mortalita diusia ini. Di usia tua, nilai nK_x cenderung stabil, yang menunjukkan pola mortalitas yang lebih konsisten.

Langkah terakhir dalam melengkapi tabel mortalitas interpolasi kostaki dengan lagrange 6 titik yaitu dengan memanfaatkan tabel 4 dalam persamaan rumus (5).

$$\hat{q}_x = 1 - \left(1 - q_x^{(s)}\right)^{K_x^n}$$

Misalkan diambil titik $x = 1$, maka

$$\hat{q}_1 = 1 - (1 - 0.001579)^{0.230701}$$
$$\hat{q}_1 = 1 - (0.998421)^{0.230701} = 0.000364$$

Untuk titik x yang lainnya disajikan pada tabel 5 berikut.

Tabel 5 Estimasi peluang meninggal interval satu-tahunan dengan MKL6

x	$\hat{q}_x$	x	$\hat{q}_x$	x	$\hat{q}_x$	x	$\hat{q}_x$	x	$\hat{q}_x$
0	0.001210	23	0.000509	45	0.003078	67	0.012594	89	0.150416
1	0.000364	24	0.000532	46	0.003410	68	0.013309	90	0.167449
2	0.000352	25	0.000522	47	0.003768	69	0.014132	91	0.180522
3	0.000322	26	0.000558	48	0.004150	70	0.014310	92	0.194159
4	0.000288	27	0.000599	49	0.004555	71	0.015089	93	0.208386
5	0.000253	28	0.000645	50	0.005168	72	0.016240	94	0.223228
6	0.000225	29	0.000696	51	0.005656	73	0.017952	95	0.241638
7	0.000208	30	0.000747	52	0.006146	74	0.020413	96	0.257842
8	0.000203	31	0.000801	53	0.006624	75	0.018410	97	0.274729
9	0.000211	32	0.000861	54	0.007077	76	0.022335	98	0.292354
10	0.000150	33	0.000930	55	0.008252	77	0.027108	99	0.310785
11	0.000173	34	0.001011	56	0.008606	78	0.032679	100	0.329510
12	0.000199	35	0.001039	57	0.008917	79	0.038978	101	0.349818
13	0.000226	36	0.001145	58	0.009198	80	0.051883	102	0.371288
14	0.000252	37	0.001269	59	0.009466	81	0.060006	103	0.394137
15	0.000323	38	0.001412	60	0.009746	82	0.068622	104	0.418668
16	0.000349	39	0.001576	61	0.010087	83	0.077671	105	0.424135
17	0.000373	40	0.001727	62	0.010455	84	0.087093	106	0.452977
18	0.000394	41	0.001933	63	0.010856	85	0.105875	107	0.486180
19	0.000412	42	0.002162	64	0.011295	86	0.116587	108	0.526839
20	0.000456	43	0.002415	65	0.011394	87	0.127561	109	0.584320
21	0.000473	44	0.002694	66	0.011961	88	0.138821	110	1
22	0.000490								

Tabel estimasi peluang meninggal interval satu-tahunan dengan MKL6 menunjukkan bahwa peluang meninggal sangat rendah pada usia dini, mulai dari $0{,}12\%$ pada usia 0 tahun dan terus menurun hingga usia 33 tahun. Seiring bertambahnya usia, peluang meninggal mulai meningkat pada usia dewasa muda dan paruh baya, meningkat dari $0{,}1\%$ pada usia 34 tahun hingga $0{,}97\%$ pada usia 60 tahun. Pada usia lanjut, peningkatan menjadi lebih besar, mencapai $5{,}18\%$ pada usia 80 tahun.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, penggunaan metode interpolasi modifikasi Kostaki dengan Lagrange 6 titik (MKL6) memberikan hasil yang lebih akurat dalam menentukan peluang meninggal pada interval usia satu-tahunan dibandingkan metode interpolasi lainnya. Hasil interpolasi menunjukkan bahwa peluang meninggal rendah pada usia dini dan meningkat secara signifikan pada usia lanjut. Dengan demikian, metode ini dapat digunakan untuk meningkatkan kualitas tabel mortalitas di Indonesia, khususnya akan berpengaruh dalam penyusunan premi, nilai tebus, dan cadangan asuransi jiwa.

DAFTAR PUSTAKA

Agustiarini, V., & Permata Wijaya, D. (2021). Jurnal Penelitian Sains. *Jurnal Penelitian Sains*, *21*(3), 163–167.

Fikri, A. J., Muhartini, A. A., Sharoni, O., Febrianti, T., & Mahuda, I. (2022). Perbandingan Perhitungan Premi Asuransi Jiwa Berjangka, Seumur Hidup, Dan Dwiguna Pada Kasus Laki-Laki Dan Perempuan. *Jurnal Bayesian : Jurnal Ilmiah Statistika Dan Ekonometrika*, *2*(1), 31–38. https://doi.org/10.46306/bay.v2i1.26

Hendra Perdana, W. A. N. S. (2020). Penentuan Cadangan Premi Pada Asuransi Jiwa Dwiguna Joint Life Dengan Metode Premium Sufficiency. *Bimaster : Buletin Ilmiah Matematika, Statistika Dan Terapannya*, *9*(1), 205–212. https://doi.org/10.26418/bbimst.v9i1.38896

Hurit, R. U., & Nanga, M. Y. (2022). Penerapan Metode Interpolasi Lagrange Dalam Memprediksi Jumlah Penduduk Provinsi Nusa Tenggara Timur. *Math Educa Journal*, *6*(1), 57–62. http://ejournal.uinib.ac.id/jurnal/index.php/matheduca

Kismonika, R., Satyahadewi, N., Rizki, S. W., & Term, F. P. (2022). Program Aplikasi Perhitungan Cadangan Premi Asuransi Jiwa Metode Full Preliminary Term dengan Macro VBA. *Bimaster : Buletin Ilmiah Matematika, Statistika Dan Terapannya*, *11*(2), 255–262.

Lamabelawa, M. I. J. (2018). Perbandingan Interpolasi Dan Ekstrapolasi Newton Untuk Prediksidata Time Series. *High Education of Organization Archive Quality: Jurnal Teknologi Informasi*, *10*(2), 73–80. https://doi.org/10.52972/hoaq.vol10no2.p73-80

Mansyur, N. N., Arman, La Gubu, Somayasa, W., & Aswani. (2024). Penerapan Metode Interpolasi Lagrange Dalam Meramalkan Jumlah Pendapatan Pada Percetakan (Studi Kasus: Gevira Advertising). *Jurnal Matematika Komputasi Dan Statistika*, *4*(1), 540–546. https://doi.org/10.33772/jmks.v4i1.80

Microsoft Excel. (2021). *Microsoft Excel*. https://doi.org/10.4135/9781529774771

Pipit Muliyah, Dyah Aminatun, Sukma Septian Nasution, Tommy Hastomo, Setiana Sri Wahyuni Sitepu, T. (2020). 済無No Title No Title No Title. *Journal GEEJ*, *7*(2), 1210–1215.

Rejd. (2003). *P rinciples of The Pearson Series in Finance*.

Sofiyani, S., & Permanasari, Y. (2023). Penerapan Metode Cubic Spline Interpolation untuk Menentukan Peluang Kematian pada Tabel Mortalita. *Jurnal Riset Matematika*, 29–36. https://doi.org/10.29313/jrm.v3i1.1735

Wardah, N. H., Shafira, N., Putri, R., Felita, P., Suyanto, J., & Setyanto, G. R. (2024). *Cadangan Prospektif Asuransi Jiwa Diskrit dengan Metode GPV dan Asumsi TMI IV*.