INNOVATIVE: Journal Of Social Science Research
Volume 4 Nomor 4 Tahun 2024 Page 2621-2630
E-ISSN 2807-4238 and P-ISSN 2807-4246
Website: https://j-innovative.org/index.php/Innovative

Analisis Dinamik Model Epidemi Adiksi Alkohol dengan Laju Transmisi Tersaturasi

Pangestuti Prima Darajat[1]✉, Rizka Rizki Robby[2], Hady Rasikhun[3], Deasy Sandhya Elya Ikawati[4]
(1) Universitas Islam Raden Rahmat, (2) Universitas Nahdlatul Ulama Blitar,
(3) Universitas Muhammadiyah Mataram, (4) Politeknik Negeri Malang
Email: prymapryma@gmail.com[1]✉

Abstrak

Pada Penelitian ini dikontruksi model matematika epidemi pecandu alkohol SMHTR dengan laju transmisi tersaturasi. Didefinisikan lima kompartmen yang menggambarkan lima subpopulasi, yaitu populasi bukan peminum (S), populasi peminum sedang (M), populasi peminum berat (H), populasi peminum dalam pengobatan (T), populasi individu yang sudah tidak adiksi terhadap alkohol (R). Laju transmisi tersaturasi digunakan untuk menggambarkan pengaruh parameter kesadaran individu tentang dampak negatif adiksi alkohol. Selanjutnya, dilakukan analisis dinamik dengan menentukan titik kesetimbangan sistem serta eksistensi dan karakteristik kestabilannya. Pada simulasi numerik ditunjukkan kondisi titik kesetimbangan bebas adiksi dan kondisi endemi adiksi alkohol.
Kata Kunci: *Model Epidem, Adiksi Alkohol, Laju Transmisi Tersaturasi, Analisis Kestabilan, Simulasi Numerik*

Abstract

In this paper, we present epidemic mathematical model SMHTR of an alcohol drinking with saturated incidence rate. There are five compartments to describe five populations, namely non-drinkers (S), moderate drinkers (M), heavy drinkers(H), drinkers in treatment (T), temporarily recovered drinkers (R). The saturated incidence rate purpose to show the effect of awareness parameter to control drinking addict. Then, we discuss about dynamical analysis which is equilibrium, the exsistence, dan local stability. Numerical simulation shows in two condition, equilibrium free conditions and endemic conditions.
Keywords: *Epidemic Model, Alcohol addict, Saturated Incidence Rate, Local Stability Analysis, Numerical Simulation*

PENDAHULUAN

Seorang pecandu Alkohol adalah seseorang pengguna alkohol kronis sehingga menggangu kesehatan fisik, mental, serta perilaku sosial. Adiksi alkohol merupakan penyakit yang merusak otak, hati, jantung, dan organ lainnya. Adiksi terhadap alkohol kini telah menjadi penyakit epidemi pada lingkungan Masyarakat social (Bouajaji, Abta, Laarabi, & Rachik, 2021).

Secara global, adiksi terhadap alkohol telah menyebabkan 3 juta kematian setiap tahunnya, jumlah tersebut belum termasuk jutaan orang yang memiliki gangguan kesehatan serta kecacatan. WHO memperkirakan 150 juta orang didunia memiliki adiksi terhadap alkohol (Departemental News World Health Organization, 2023).

Model matematika dapat digunakan untuk menggambarkan dinamika epidemi adiksi alkohol sehingga dapat diperoleh Analisa penyebaran serta pengendalian perilaku adiksi tersebut (Adu, Osman, & Yang, 2017). Agrawal (2018) mengembangkan Model Matematika adiksi alkohol Nonlinear. Populasi dibagi menjadi empat yaitu populasi bukan pecandu alkohol (S), populasi pecandu alkohol berat (H), populasi pecandu alkohol yang menjalani pengobatan (T), dan populasi pecandu alkohol yang telah sembuh (R). Dilakukan analisis dinamik dan diperoleh terdapat titik kesetimbangan bebas pecandu dan dan titik kesetimbangan endemik stabil asimtotik jika memenuhi syarat tertentu. Hasil dari penelitian tersebut adalah bahwa epidemi adiksi alkohol tidak dapat dikendalikan hanya dengan mengurangi kontak dengan peminum, namun juga harus meningkatkan kesadaran bahaya adiksi alkohol serta meningkatkan jumlah pecandu yang berobat (agrawal, Tenguria, & Modi, 2018).

Berbagai penelitian mengembangkan model matematika epidemi adiksi alkohol. Khajji (2020), Sher (2023), dan Mayengo (2023) mengembangkan model dengan menggunakan kompartmen populasi peminum alkohol moderat (M). Pada populasi ini individu masih dapat mengendalikan konsumsi alkohol. Individu tersebut maupun lingkungan sosial tidak merasakan dampak negatif dari konsumsi alkohol. Seorang bukan pecandu alkohol akan melalui fase menjadi peminum moderat sebelum menjadi pecandu alkohol berat (Khajji, Labzai, Balatif, & Rachik, 2020) (Sher, Shah, Sarwar, & a., 2023) (Mayengo, 2023).

Pada penelitian ini akan dikembangkan model yang merujuk pada model Agrawal (2018) dan dimodifikasi dengan menambahkan kompartmen M sebagaimana pada Khajji (2020), Sher (2023), dan Mayengo (2023). Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan analisa pengendalian epidemi alkohol dan mengetahui pengaruh kontak, kesadaran diri, serta pengobatan pada penyebaran adiksi alkohol.

METODE PENELITIAN

Tahapan dalam penelitian ini diantaranya adalah, konstruksi model, analisis dinamik, dan simulasi numerik. Model dikontruksi berbentuk sistem persamaan diferensial lima dimensi sebagaimana persamaan (1).

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= f_1(S.M.H.T.R)\\ \frac{dM}{dt} &= f_2(S.M.H.T.R)\\ \frac{dH}{dt} &= f_3(S.M.H.T.R)\\ \frac{dT}{dt} &= f_4(S.M.H.T.R)\\ \frac{dR}{dt} &= f_5(S.M.H.T.R)\end{aligned} \quad (1)$$

Didefinisikan lima Populasi yaitu populasi bukan pecandu alkohol (S), populasi peminum moderat (M), populasi pecandu alkohol berat (H), populasi pecandu alkohol yang menjalani pengobatan (T), dan populasi pecandu alkohol yang telah sembuh (R). Analisis dinamik dilakukan dalam beberapa tahap sebagaimana bagan berikut,

Gambar 1. Diagram Tahapan Analisis Dinamik

a. Titik kesetimbangan dari model disimbolkan $(S^*.M^*.H^*.T^*.R^*)$ adalah solusi dari sistem (1) yang memenuhi $f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = 0$.
b. Analisis eksistensi dari titik kesetimbangan adalah penentuan kondisi yang memenuhi interpretasi dari model. Pada model adiksi alkohol $SMHTR$ titik kesetimbangan dikatakan eksis ketika nilai dari $S^*.M^*.H^*.T^*.$ mapun R^* nonnegatif.
c. Analisis kestabilan lokal titik kesetimbangan sistem (1) dilakukan dengan linierisasi pada sekitar titik kesetimbangan berdasarkan persamaan berikut,

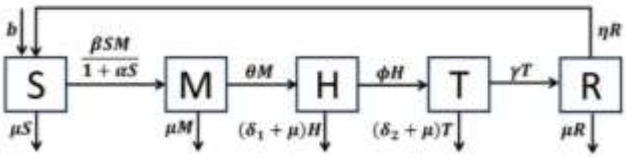
$$\frac{d}{dt}\vec{w} = J\vec{w} \quad (2)$$

Dimana $\vec{w} = (S.M.H.T.R) - (S^*.M^*.H^*.T^*.R^*)$ dan J merupakan matriks jacobian. Kestabilan titik kesetimbangan E ditentukan oleh bagian real dari nilai eigen matriks J. Ketika bagian real nilai eigen negatif titik kesetimbangan E disebut stabil asimtotik. Titik kesetimbangan E disebut stabil jika semua nilai eigen memiliki bagian real yang tak positif. Selanjutnya, ketika salah satu nilai eigen memiliki bagian real yang positif maka titik kesetimbangan E disebut tidak stabil.

Simulasi numerik dilakukan menggunakan metode Rungge-Kutta orde 4 berbantuan software MATLAB. Simulasi numerik dilakukan untuk beberapa skenario yang memenuhi kestabilan titik kesetimbangan. Interpretasi dari seluruh hasil penelitian dilakukan untuk mendapatkan kesimpulan tentang pengaruh parameter-parameter yang digunakan pada model (Darajat, 2023).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan lima subpopulasi yang telah dibentuk dibuat hubungan antar kompartment yang dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Diagram Kompartment Model Adiksi Alkohol SMHTR

Populasi bukan pecandu alkohol (S) merupakan kumpulan individu pada usia remaja maupun dewasa yang berpotensi untuk mengkonsumsi alkohol dengan laju rekruitment sebesar b. Diasumsikan bahwa interaksi sosial mengakibatkan transmisi dari populasi S ke M sebesar β. Kesadaran individu terhadap dampak negatif alkohol menghambat proses transmisi tersebut. Jika α didefinisikan sebagai tingkat kesadaran individu, maka laju transmisi pada model dibentuk laju transmisi tersaturasi yaitu $\frac{\beta SM}{1+\alpha}$. Laju kematian alami disimbolkan μ, sementara laju kematian karena adiksi alkohol pada populasi H dan T adalah δ_1 dan δ_2. Laju individu peminum moderat menjadi adiksi berat H adalah sebesar θ. Laju pengobatan dari populasi pecandu alkohol berat adalah sebesar ϕ. Laju penyembuhan pada populasi T adalah γ. Individu yang sembuh terhadap adiksi alkohol ini bersifat sementara, sehingga populasi R akan berubah kembali menjadi populasi S. Laju individu R menjadi S adalah sebesar η.

Model matematika berdasarkan kompartment dan asumsi asumsi yang telah dibuat disajikan pada sistem berikut,

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= b - \frac{\beta SM}{1+\alpha S} + \eta R - \mu S \\
\frac{dM}{dt} &= \frac{\beta SM}{1+\alpha S} - (\theta + \mu)M \\
\frac{dH}{dt} &= \theta M - (\phi + \delta_1 + \mu)H \\
\frac{dT}{dt} &= \phi H - (\gamma + \delta_2 + \mu)T \\
\frac{dR}{dt} &= \gamma T - (\eta + \mu)R
\end{aligned} \qquad (3)$$

Diperoleh dua titik kesetimbangan untuk sistem (3) yang memenuhi kondisi *steady state* disimbolkan E^0 dan E^*. Titik kesetimbangan E^0 adalah titik kesetimbangan bebas adiksi alkohol sebagai berikut,

$$(S^0, M^0, H^0, T^0, R^0) = \left(\frac{b}{\mu}, 0,0,0\right) \quad (4)$$

Titik kesetimbangan E^0 bersifat eksis karena memenuhi S^0, M^0, H^0, T^0, R^0 nonnegatif. Sementara itu, titik kesetimbangan endemi E^* adalah S^*, M^*, H^*, T^*, dan R^*memenuhi persamaan berikut,

$$\begin{aligned}
S^* &= -\frac{A_1}{A_1\alpha - \beta} \\
M^* &= \frac{A_2A_3A_4A_5}{A_6} \\
H^* &= \frac{\theta A_3A_4A_5}{A_6} \\
T^* &= \frac{\phi\theta A_4A_5}{A_6} \\
R^* &= \frac{\phi\gamma\theta A_5}{A_6}
\end{aligned} \qquad (5)$$

Dengan A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, dan A_6 didefinisikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
A_1 &= \theta + \mu \\
A_2 &= \phi + \delta_1 + \mu \\
A_3 &= \gamma + \delta_2 + \mu \\
A_4 &= \eta + \mu \\
A_5 &= (A_1\alpha - \beta)b + A_1\mu \\
A_6 &= (A_1\alpha - \beta)(A_1A_2A_3A_4 - \phi\eta\gamma\theta)
\end{aligned} \qquad (6)$$

Dengan mendefinisikan nilai parameter model (3) adalah $0 <$

$b.\mu.\alpha.\beta.\eta.\delta_1.\delta_2.\phi.\theta.\gamma < 1$. Maka diperoleh $A_1A_2A_3A_4 > \phi\eta\gamma\theta$. Sehingga syarat Titik kesetimbangan E^* eksis adalah :

$$A_1\alpha < \beta \text{ dan } A_5 < 0 \qquad (7)$$

Analisis kestabilan titik kesetimbangan E^0 dan E^* akan dilakukan berdasarkan persamaan (2). Diperoleh matriks Jacobian untuk sistem (3) adalah sebagai berikut,

$$J = \begin{bmatrix} -\frac{\beta M}{(1+\alpha S)^2} - \mu & -\frac{\beta S}{1+\alpha S} & 0 & 0 & \eta \\ \frac{\beta M}{(1+\alpha S)^2} & \frac{\beta S}{1+\alpha S} - A_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta & -A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi & -A_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma & -A_4 \end{bmatrix} \qquad (8)$$

Subtitusi titik kesetimbangan E^0 pada matriks jacobian pada persamaan (5) diperoleh $J(E^0)$ sebagai berikut,

$$J(E^0) = \begin{bmatrix} -\mu & -\frac{\beta b}{\mu+\alpha b} & 0 & 0 & \eta \\ 0 & \frac{\beta b}{\mu+\alpha b} - A_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta & -A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi & -A_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma & -A_4 \end{bmatrix} \qquad (9)$$

Nilai eigen dari matriks $J(\mathrm{E}^0)$ diperoleh dengan menyelesaikan $|J(E^0) - \lambda \bar{I}| = 0$. Nilai eigen tersebut adalah,

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\mu \\ \lambda_2 &= -A_5 \\ \lambda_3 &= -A_2 \\ \lambda_4 &= -A_3 \\ \lambda_5 &= -A_4 \end{aligned} \qquad (10)$$

Berdasarkan persamaan (10) titik kesetimbangan E^0 bersifat stabil asimtotik lokal ketika $A_5 > 0$. Akibatnya, ketika titik kesetimbangan E^0 stabil asimtotik lokal maka titik kesetimbangan E^* tidak eksis. Subtitusi titik kesetimbangan E^* pada matriks jacobian (8) diperoleh $J(E^*)$ sebagai berikut,

$$J(E^*) = \begin{bmatrix} -(K+\mu) & -A1 & 0 & 0 & \eta \\ K & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta & -A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi & -A_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma & -A_4 \end{bmatrix} \qquad (11)$$

Dengan $K > 0$ didefinisikan sebagai berikut,

$$K = \frac{A_2 A_3 A_4 A_5 (A_1 \alpha - \beta)^2}{A_6} \qquad (12)$$

Polinomial karakteristik untuk $|\lambda I - J(E^*)| = 0$adalah,

$$\lambda^5 + L_4\lambda^4 + L_3\lambda^3 + L_2\lambda^2 + L_1\lambda + L_0 = 0 \qquad (13)$$

Dengan nilai L_1, L_2, L_3, L_4, $L_5 > 0$ memenuhi persamaan berikut,

$$L_4 = A_2 + A_3 + A_4 + (K + \mu)$$
$$L_3 = A_2(K+\mu) + A_3(K+\mu) + A_3A_2 + A_2A_4 + A_3A_4 + AA_4 + KA_1$$
$$L_2 = A_2A_3A_4 + A_2A_3(K+\mu) + A_2A_4(K+\mu) + A_3A_4(K+\mu) + KA_1A_2 + KA_1A_3 + KA_1A_4$$
$$L_1 = A_2A_3A_4(K+\mu) + KA_1A_2A_3 + KA_1A_2A_4 + KA_1A_3A_4$$
$$L_0 = (A_1A_2A_3A_4 - \eta\theta\phi\gamma)K$$

Tabel 1. Kriteria Kestabilan Routh Hurwitz

$\boldsymbol{\lambda^5}$	$\mathbf{1}$	$\boldsymbol{L_3}$	$\boldsymbol{L_1}$
λ^4	L_4	L_2	L_0
λ^3	$b_1 = L_3 - \frac{L_2}{L_4}$	$b_2 = L_1 - \frac{L_0}{L_4}$	0
λ^2	$c_1 = L_2 - \frac{L_4 b_2}{b_1}$	L_0	0
λ^1	$d_1 = b_2 - \frac{b_1 c_2}{c_1}$	0	0
λ^0	L_0	0	0

Berdasarkan kriteria kestabilan Routh Hurwitz, maka syarat titik kesetimbangan E^* stabil asimtotik lokal adalah memenuhi b_1, c_1, $d_1 > 0$.

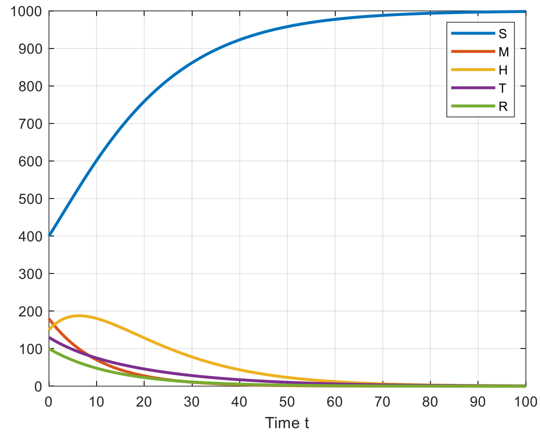
Simulasi numerik dilakukan untuk mengilustrasikan hasil analisis sistem. Digunakan nilai awal $S(0) = 400$, $M(0) = 180$, $H(0) = 150$, $T(0) = 130$, $R(0) = 100$ dengan parameter pada Tabel 2. Yang merujuk pada Khajji (2020) serta Agrawal (2018).

Tabel 2. Parameter Simulasi Numerik

Parameter	Deskripsi	$\boldsymbol{E^*}$	$\boldsymbol{E^0}$
b	Laju Rekruitment Individu pada suatu lingkungan.	0.4	0.4
β	Laju transmisi dari M ke S.	0.02	0.02
α	Tingkat kesadaran akan Bahaya alcohol	0.09	0.9
μ	Laju Kematian Alami	0.025	0.025
η	Laju perubahan dari R ke S	0.1	0.1
θ	Laju perubahan dari M ke H	0.14	0.14
δ_1	Laju kematian karena alkohol pada populasi H	0.035	0.035

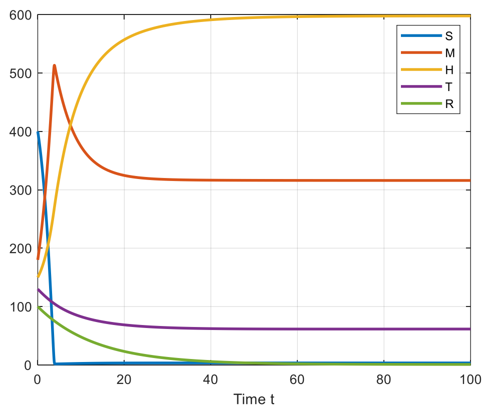
δ_2	Laju kematian karena alkohol pada populasi T	0.03	0.03
ϕ	Laju perubahan dari H ke T	0.5	0.5
γ	Laju Penyembuhan	0.1	0.1

Hasil simulasi numerik ketika E^0 stabil asimtotik lokal disajikan pada Gambar 2. Dengan memenuhi nilai parameter $A_5 > 0$ yaitu $5{,}5058$ maka sistem menuju pada titik kesetimbangan $E^0(1000.0.0.0.0)$.



Gambar 3. Simulasi Numerik Keadaan Bebas Adiksi Alkohol

Sementara itu, hasil simulasi numerik ketika titik kesetimbangan endemi adiksi alkohol stabil asimtotik lokal disajikan pada gambar 3. Diasumsikan nilai $\alpha = 0{,}2$ sehingga memenuhi syarat eksistensi titik kesetimbangan E^* yaitu $A_1\alpha - \beta = -0.0590$ dan $A_5 = -3.8217$, serta memenuhi syarat kestabilan Routh Hurtwiz. Solusi sistem menuju titik $E^*(3{,}4746.316{,}0115.597{,}8596.61{,}5444.0{,}8206)$.



Gambar 4. Simulasi Numerik Keadaan Endemi Adiksi Alkohol

Interpretasi dari seluruh hasil analisis dan simulasi numerik diperoleh bahwa parameter yang sangat berpengaruh adalah laju perubahan dari populasi M ke H yaitu (θ), tingkat kesadaran akan bahaya alkohol (α), serta laju transmisi dari S ke M (β). Keadaan bebas adiksi alkohol akan dicapai apabila parameter $(\theta + \mu)\alpha$ lebih besar dari laju transmisi dari populasi M ke S. Jika laju transmisi dari M ke S tetap sementara tingkat kesadaran bahaya alkohol menurun maka akan mencapai keadaan endemi adiksi alkohol.

SIMPULAN

Model telah dimodifikasi sehingga mempertimbangkan populasi peminum alkohol moderat serta mempertimbangkan pengaruh tingkat kesadaran akan dampak negatif alkohol. Diperoleh titik kesetimbangan bebas adiksi alkohol dan titik kesetimbangan endemi adiksi alkohol yang eksis dengan syarat tertentu. Dilakukan analisis kestabilan titik kesetimbangan endemik menggunakan kriteria kestabilan Routh Hurwitz. Simulasi numerik dilakukan untuk mendukung hasil analisis dinamik yang telah dilakukan. Keadaan bebas adiksi alkohol dapat dicapai dengan meningkatkan kesadaran akan bahaya alkohol serta mengurangi tingkat transmisi dari populasi bukan peminum alkohol ke populasi peminum moderat.

DAFTAR PUSTAKA

Adu, I. K., Osman, M. A., & Yang, C. (2017). Mathematical Model of Drinking Epidemic. British Journal of Mathematics & Computer Science, 1-10.

Agrawal, A., Tenguria, A., & Modi, G. (2018). Role of Epidemic Model to Control Drinking Problem. *International Journal of Scientific Research in Mathematical and Statistical Sciences*, 324-337.

Bouajaji, R., Abta, A., Laarabi, H., & Rachik, M. (2021). Optimal Control of a Delayed Alcoholism Model with Saturated Treatment . *Differential Equations and Dynamical Systems*, 1-16.

Darajat. (2023). Dynamical Analysis Of Cervical Cancer Disease Model With Treatment. *M A T H L I N E JURNAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA*, 113-122.

Departemental News World Health Organization. (2023). *Landmark public health decisions by WHO on essential medicines for alcohol use disorders.* WHO Media Team.

Khajji, B., Kouidere, A., Balatif, O., & Rachik, M. (2020). MATHEMATICAL MODELING, ANALYSIS AND OPTIMAL CONTROL OF AN ALCOHOL DRINKING MODEL WITH LIVER COMPLICATION. *Commun. Math. Biol. Neurosci*, 1-29.

Khajji, B., Labzai, A., Balatif, O., & Rachik, M. (2020). Mathematical Modeling and Analysis of an Alcohol Drinking Model with the Influence of Alcohol Treatment Centers. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 1-12.

Mayengo, M. (2023). Modeling the prevalence of alcoholism with compulsory isolation treatment facilities. *Results in Physics*.

Sher, M., Shah, K., Sarwar, M., & a., A. m. (2023). Mathematical analysis of fractional order alcoholism model. *Alexandria Engineering Journal*, 281-291.