



INNOVATIVE: Journal Of Social Science Research

Volume 4 Nomor 3 Tahun 2024 Page 18121-18130

E-ISSN 2807-4238 and P-ISSN 2807-4246

Website: <https://j-innovative.org/index.php/Innovative>

Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Persamaan Diferensial Linear Orde Satu

Rosi Ade Putri Simanjuntak^{1✉}, Dea Athalia Siregar², Grace Elicia Sitorus³, July Yanty Tanjung⁴,
Martha Indah Samosir⁵, Elfitra⁶
FMIPA, Universitas Negeri Medan
Email: rosisimanjuntak17@gmail.com^{1✉}

Abstrak

Kesalahan dalam penyelesaian soal merupakan ketidaksesuaian dengan jawaban sebenarnya. Analisis kesalahan merupakan proses mengamati, menemukan, dan mengklasifikasikan kesalahan melalui cara khusus. Tujuan penelitian adalah untuk mengetahui jenis-jenis kesalahan yang terdapat pada mahasiswa dalam mengerjakan soal persamaan diferensial orde satu. Subjek penelitian yang dilakukan adalah sebanyak 5 responden mahasiswa semester 4 pendidikan matematika. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif kualitatif. Hasil penelitian pada analisis kesalahan materi persamaan diferensial orde satu ini adalah terdapat 3 mahasiswa memiliki kesalahan dalam pengerjaan soal dan dijadikan sampel analisis kesalahan. Sehubungan dengan kesalahan yang diperbuat oleh responden yaitu kesalahan pada menyusun persamaan, kesalahan dalam menghitung faktor pengintegrasi, kesalahan dalam penyederhanaan, kesalahan dalam integrasi, kesalahan dalam menyelesaikan soal.

Kata Kunci: Analisis, Kesalahan, Diferensial, Orde Satu

Abstract

Error analysis is an effort to observe, find, and classify errors in a certain way. The study's goal was to identify the kinds of mistakes that students made in working on first-order differential equation problems. The subjects of the research conducted were 5 respondents of 4th semester students of mathematics education. The method used in this research is qualitative descriptive method. The results of the research on error analysis of first-order differential equation material are that there are 3 students who have errors in working on problems and are used as samples of error analysis. The errors made by respondents are errors in compiling equations, errors in calculating integrating factors, errors in simplification, errors in integration, errors in solving problems.

Keyword: *Analysis, Error, Differential, First Orde*

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu bidang yang berperan penting dalam kehidupan manusia. Pembelajaran matematika dalam pendidikan sangat penting karena matematika berperan fundamental dalam membentuk kemampuan dan sifat adaptif siswa, termasuk berpikir logis, rasional, kritis, cermat, jujur, efektif, dan efisien (Ardiawan, 2015). Ada banyak hal dalam hidup yang berkaitan dalam hal matematika. Salah satu konsep terpenting terkait dengan matematika yaitu persamaan diferensial.

Persamaan Diferensial merupakan bidang studi dalam matematika yang penting baik untuk kemajuan matematika itu sendiri maupun untuk pengembangan ilmu lainnya. Persamaan diferensial adalah persamaan matematika untuk fungsi satu variabel atau lebih yang menghubungkan nilai fungsi dan turunannya dalam berbagai orde. Persamaan ini yaitu persamaan yang mengandung turunan-turunan, di mana tingkat (orde) dari persamaan diferensial adalah tingkat tertinggi dari turunan yang muncul dalam persamaan tersebut (Sumargiyani, dkk., 2017). Salah satu tingkat dari suatu PD yaitu PD linier orde satu.

Akan tetapi, kemampuan mahasiswa untuk memahami apa yang diajarkan berbeda-beda (Rosmayadi, 2018). Berdasarkan pengalaman dalam mengikuti perkuliahan dan berdiskusi dengan teman-teman, sering kali mahasiswa Pendidikan Matematika mengalami kesulitan saat memecahkan soal PD linier orde satu. Kesalahan yang diperbuat mahasiswa tersebut beragam, mulai dari miskonsepsi terhadap konsep dasar seperti konsep peubah terpisahkan hingga kesalahan teknis dalam proses integrasi dan manipulasi aljabar (Muttaharah, 2023).

Persamaan diferensial juga sangat penting untuk kemajuan sains dan teknologi. Banyak masalah dalam bidang ini membutuhkan pendeskripsian kuantitas yang boleh diukur (seperti lokasi, suhu, populasi, dan sebagainya) sebagaimana variabel waktu (Atkins, 2012). Dalam kurikulum matematika tingkat perguruan tinggi, persamaan diferensial sangat penting, terutama bagi mahasiswa yang menempuh studi di bidang sains dan teknik. Karena banyak fenomena alam dan sistem teknik dapat dimodelkan dengan menggunakan persamaan diferensial, pemecahannya sangat penting. Jenis persamaan diferensial pertama yang paling sering dijelaskan adalah persamaan diferensial linier. Sangat penting bagi mahasiswa untuk memahami teknik pemecahan persamaan ini karena kesalahan dalam proses ini dapat menyebabkan hasil yang salah dan menimbulkan pemahaman yang salah tentang konsep yang lebih kompleks di kemudian hari.

Karena persamaan diferensial mencakup integral dan turunan fungsi aljabar, siswa sering mengalami kesalahan saat menyelesaikan tugas. Oleh karena itu, menyelesaikan soal-soal persamaan diferensial membutuhkan keterampilan dan ketelitian untuk menghindari

kesalahan saat memecahkan soal yang berhubungan dengan subjek tersebut. Ini termasuk soal-soal yang berkaitan dengan topik pembahasan persamaan diferensial umum. Menurut Widodo (2013), memecahkan masalah sangat esensial untuk dididik dalam matematika karena bila belajar memecahkan masalah, mahasiswa tidak akan kehilangan makna dari apa yang mereka pelajari tentang konsep dasar matematika dikarenakan mereka bisa menggunakannya untuk memberikan solusi untuk masalah.

Dalam proses pembelajaran matematika, mempelajari sebuah konsep secara acak akan berdampak buruk pada pemahaman konsep selanjutnya karena matematika adalah mata Pelajaran yang terorganisir. Oleh karena itu, sebagian besar mahasiswa tidak berhasil mencapai tujuan pembelajaran matematika secara konsisten selama proses pembelajaran. Apabila ada mahasiswa yang tidak memiliki kemampuan untuk belajar, hal seperti ini mengindikasikan bahwa mereka dihadapkan pada masalah yang mengakibatkan kesalahan pada memecahkan soal matematika (Sari, 2017).

Kesalahan dalam penyelesaian soal didefinisikan sebagai ketidaksesuaian dengan jawaban yang sebenarnya secara sistematis yang tidak sesuai dengan hal yang benar, prosedur yang ditetapkan sebelumnya, atau hasil yang diharapkan (Afifah et al., 2018). Analisis kesalahan adalah upaya untuk mengamati, menemukan, dan mengklasifikasikan kesalahan dengan cara tertentu. Analisis kesalahan juga diperlukan untuk menemukan lokasi dan jenis kesalahan (Siswandi & Sujadi, 2016; Umam, 2014). Hal ini sangat bermanfaat untuk memperbaiki proses belajar mengajar dan meningkatkan prestasi siswa (Anugraheni, 2013). Akibatnya, analisis kesalahan dapat membantu pendidik menilai dan menawarkan solusi terbaik kepada siswa untuk mengurangi dan memperbaiki kesalahan.

Selçuk (2017) mengidentifikasi beberapa faktor yang menyebabkan mahasiswa melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal persamaan diferensial orde satu, yaitu kurangnya pemahaman konsep, kesulitan dalam menerapkan metode penyelesaian, dan kurangnya latihan.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui masalah yang dihadapi siswa saat memecahkan persamaan diferensial, terutama persamaan diferensial linier orde satu.

METODE PENELITIAN

Jenis studi ini disebut penelitian kualitatif deskriptif. Penelitian kualitatif deskriptif memungkinkan peneliti dalam mendapatkan pemahaman yang mendalam tentang menganalisis pekerjaan mahasiswa dalam melakukan kesalahan saat memecahkan soal PD linier orde satu. Metode kualitatif melibatkan pengumpulan data yang terperinci, analisis interpretatif, dan pemahaman kontekstual. Metode pengumpulan data yang digunakan

dalam studi ini melibatkan observasi langsung di kampus, penggunaan tes tertulis sebagai instrumen dan dokumentasi. Data yang diharapkan adalah hasil pekerjaan mahasiswa langsung pada lembar jawaban serta prosedurnya. Data yang dikumpulkan akan memberikan tanggapan mengenai kompetensi mahasiswa dalam memecahkan soal PD linier orde satu. Penelitian ini melibatkan mahasiswa semester 4 pendidikan matematika berjumlah 5 orang. Instrumen penelitian ini berupa 3 soal persamaan diferensial linear orde satu.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan penelitian yang sudah diselesaikan, maka diperoleh beberapa kesalahan mahasiswa dalam memecahkan soal PD linier orde satu. Berikut pertanyaan - pertanyaan yang diajukan kepada para responden beserta penyelesaian yang benar.

1. Selesaikanlah persamaan diferensial berikut.

$$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2x+1}{x}\right)y = e^{-2x}$$

Pembahasan:

Diketahui

$$\int p(x)dx = \int \left(\frac{2x+1}{x}\right) dx = 2x + \ln x$$

Oleh karena itu, faktor integrasinya menjadi

$$e^{\int p(x)dx} = e^{2x+\ln x} = e^{2x} \cdot e^{\ln x} = xe^{2x}$$

Hitung faktor pengintegrasian ini ke nilai awal yaitu

$$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2x+1}{x}\right)y = e^{-2x}, \text{ sehingga diperoleh:}$$

$$(xe^{2x}) \frac{dy}{dx} + (xe^{2x}) \left(\frac{2x+1}{x}\right)y = (xe^{2x}) e^{-2x}$$

dan dapat ditulis menjadi

$$\frac{d}{dx} (xe^{2x}y) = x$$

Lalu kita mengintegrasikan kedua ruas terhadap x sehingga menjadi

$$xe^{2x}y = \int x dx$$

$$xe^{2x}y = \frac{1}{2}x^2 + C$$

$$y = \frac{x}{2e^{2x}} + C$$

poin terakhir adalah analisis keseluruhan atau hasil akhir dari persamaan diferensial tersebut.

2. *Selesaikanlah untuk $y(0) = 2$ dari persamaan diferensial berikut*

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{2x} = \frac{x}{y^3}$$

Pembahasan:

Hitunglah kedua ruas dengan menggunakan y^3 untuk ditransformasikan kedalam

persamaan diferensial linier orde satu sehingga di peroleh

$$y^3 \frac{dy}{dx} + y^3 \frac{y}{2x} = y^3 \frac{x}{y^3}$$

$$y^3 \frac{dy}{dx} + \frac{y^4}{2x} = x$$

$$\text{misalkan } y^4 = v$$

Turunkan kedua ruas ke arah x (bukan ke arah y)

$$\frac{dv}{dx} = 4y^3 \frac{dy}{dx}$$

substitusikan ke persamaan semula, diperoleh

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{dv}{dx} = \frac{v}{2x} = x$$

kalikan 4 kedua ruas,

$$\frac{dv}{dx} + \frac{2}{x} v = 4x$$

Persamaan diatas telah menjadi item yang sudah baku menjadi persamaan diferensial orde satu.

Dengan mencari faktor integrasi dari persamaan diferensial yang bersangkutan, kita

memisalkan bahwa faktor integrasinya $p(x) = \frac{2}{x}$

$$e^{\int p(x)dx} = e^{\int \frac{2}{x} dx} = e^{\int 2 \ln x} = x^2$$

kalikan x^2 di kedua ruas sehingga diperoleh,

$$x^2 \frac{dv}{dx} + 2xv = 4x^3$$

Memanipulasi bagian kiri sebagai turunan dari $x^2 v$ terhadap x yang dapat ditulis menjadi

$$\frac{d}{dx} (x^2 v) = 4x^3$$

integrasikan kedua ruas terhadap x

$$x^2 v = x^4 + C$$

Substitusikan kembali $v = y^4$

$$x^2 y^4 = x^4 + C$$

untuk $x = 0$ dan $y = 2$, maka diperoleh

$$0(16) = 0 + C \leftrightarrow C = 0$$

Maka diperoleh yaitu

$$x^2 y^4 = x^4 \leftrightarrow y^4 = x^2$$

Jadi, solusi khusus PD tersebut adalah $y^4 = x^2$

3. Selesaikanlah solusi umum dari persamaan $\cos \theta dr + (r \sin \theta - \cos^4 \theta) d\theta = 0$

Pembahasan :

Perlu diperhatikan bahwanya persamaan diferensial diatas bisa ditulis menjadi

$$\cos \theta dr + (r \sin \theta - \cos^4 \theta) d\theta = 0$$

Bagi kedua ruas dengan $(\cos \theta) d\theta$

$$\frac{dr}{d\theta} + \frac{r \sin \theta - \cos^4 \theta}{\cos \theta} = 0$$

$$\frac{dr}{d\theta} + r \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \cos^3\theta = 0$$

$$\frac{dr}{d\theta} + (\tan\theta)r = \cos^3\theta$$

Persamaan terakhir merupakan PD linier orde satu.

Perhatikan $P(\theta) = \tan\theta$, menjadi

$$\int p(\theta) d\theta = \int \tan\theta d\theta = \ln(\sec\theta)$$

Maka kita peroleh factor interasi yaitu $v\theta = \ln(\sec\theta)$

Dengan cara ini, persamaan diferensial $\frac{dr}{d\theta} + (\tan\theta)r = \cos^3\theta$ langsung dituliskan sebagai berikut.

$$r = e^{-v(\theta)} \cdot \int e^{v(\theta)} \cdot \cos^3\theta d\theta$$

$$= e^{-\ln(\sec\theta)} \cdot \int e^{\ln(\sec\theta)} \cdot \cos^3\theta d\theta$$

$$= (\sec\theta)^{-1} \int \sec\theta \cdot \cos^3\theta d\theta$$

$$= \cos\theta \int \cos^2\theta d\theta$$

$$= \cos\theta \left(\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{4}\sin 2\theta + C \right)$$

Dengan demikian, solusi umum untuk persamaan diferensial ini adalah

$$r = \cos\theta \left(\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{4}\sin 2\theta + C \right)$$

Handwritten solution for the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{2x+1}{x}y = e^{-2x}$. The student identifies the integrating factor $\mu(x) = e^{\int(2+\frac{1}{x})dx} = e^{2x+ln|x|} = x e^{2x}$. They then multiply the equation by $x e^{2x}$ to get $x e^{2x} \frac{dy}{dx} + x e^{2x} (2 + \frac{1}{x})y = x e^{2x} e^{-2x}$, which simplifies to $x e^{2x} \frac{dy}{dx} + x e^{2x} (2 + \frac{1}{x})y = x$.

Berikut ini merupakan jenis kesalahan yang diperbuat para responden ketika memecahkan soal PD linier orde satu.

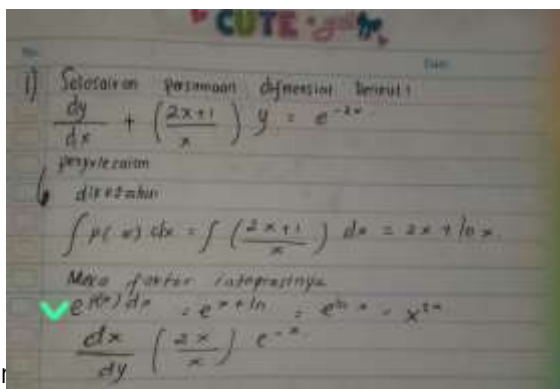
Dari hasil analisis, diperoleh pada responden pertama ketika membahas soal nomor pertama ditemukan beberapa kesalahan. Pertama, kesalahan dalam menyusun persamaan, Responden pertama salah dalam menyusun ulang persamaan untuk metode faktor pengintegrasi. Persamaan harus tetap diperlakukan sebagai persamaan diferensial linear standar. Yang kedua kesalahan dalam menghitung faktor pengintegrasi, responden pertama membuat kesalahan dalam menghitung faktor pengintegrasi. Hasil dari integral $2x + \ln|x|$ memang benar, tetapi responden pertama tidak menyederhanakan

Gambar 1. Kesalahan responden pertama pada soal no.1

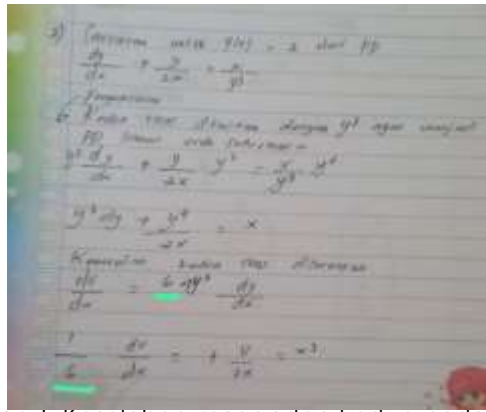
penggunaannya dengan tepat dalam persamaan diferensial. Yang ketiga kesalahan dalam penyederhanaan, dalam langkah menyederhanakan persamaan setelah mengalikan faktor pengintegrasi, responden pertama mengabaikan beberapa hal penting dalam aturan aljabar. Responden pertama menyederhanakan secara tidak benar dan tidak tepat. Yang terakhir kesalahan dalam integrasi, responden pertama salah dalam memahami langkah-langkah integral untuk mendapatkan faktor pengintegrasi dan menerapkannya pada persamaan diferensial.

Adapun cara yang benar untuk menyelesaikan soal ini adalah dengan benar-benar menggunakan metode faktor pengintegrasi dan menyederhanakan integral dengan benar, lalu mengalikan kembali dan menyelesaikan persamaan diferensial tersebut secara tepat. Sehingga faktor pengintegrasi dan langkah-langkah penyederhanaan integral harus dilakukan dengan cermat.

Dari hasil analisis yang diperoleh pada responden kedua terdapat beberapa kesalahan pada soal nomor pertama dan soal nomor kedua. Pada soal nomor pertama responden ini tidak dapat menyelesaikan dari permasalahan soal yang diberikan. Dapat diketahui responden ini tidak mampu melakukan integrasi dalam penyelesaiannya. Responden ini hanya mampu sampai menentukan faktor integrasinya. Dapat dilihat dari tanda berwarna hijau pada gambar di bawah jawaban yang diberikan oleh responden ini sudah salah hingga ke hasil akhir pengerjaan yang dilakukannya. Kita dapat membandingkan dengan pembahasan kunci jawaban yang telah dilampirkan.

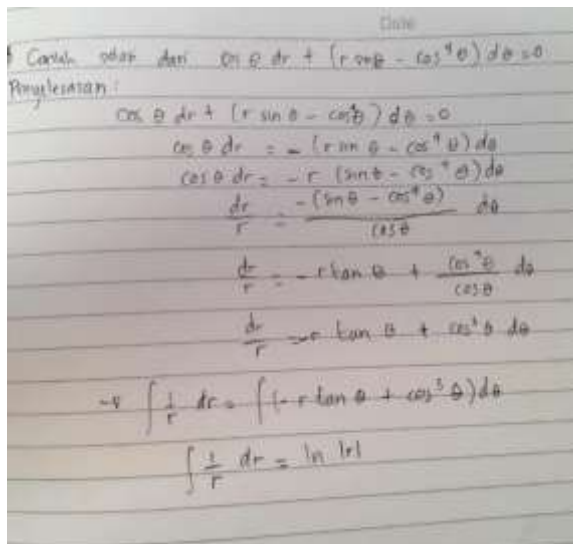


Pada soal nomor kedua, responden ini dapat dilihat tidak mampu menyelesaikan soal sampai akhir karena tidak memahami konsep turunan dan integrasi. Hasil turunan yang dilakukan oleh responden kedua ini salah dapat dilihat di lampiran gambar yang ditandai oleh garis hijau, seharusnya bernilai 4 sementara responden ini menuliskan bernilai 6. Hasil akhir yang dilakukan oleh responden kedua juga salah dapat kita bandingkan dengan pembahasan kunci jawaban di atas yang telah dilampirkan.



Gambar 3. Kesalahan responden kedua pada soal no.2

Hasil dapat dilihat pada lembar jawaban responden ketiga memiliki ketidaksesuaian dalam memecahkan permasalahan soal persamaan diferensial linier orde satu yang diberikan. Responden ketiga ini memisahkan variabel-variabel (variabel r dan θ) tanpa memperhatikan bentuk asli dari persamaan diferensial yang diberikan. Pemisahan variabel seharusnya tidak berlaku disini dikarenakan tidak semua komponen persamaan bisa dipecahkan dan diintegrasikan secara terpisah. Kesalahan responden berikutnya yaitu dalam menyederhanakan fraksi, dengan salah mengansumsikan bahwa $\frac{\cos^4\theta}{\cos\theta} = \cos^3\theta$ akan memudahkan integrasi, tanpa mempertimbangkan bahwa integral hasil kali fungsi



trigonometri ini tidak bisa sederhana. Dan dalam mengintegrasikan kedua sisi dengan cara yang tidak tepat. Yaitu integral dari $-r \tan \theta$ dan $\cos^3\theta$ yang membutuhkan pendekatan yang lebih teliti atau metode substitusi yang lebih tepat.

SIMPULAN

Penelitian ini membicarakan mengenai kesalahan yang dilakukan mahasiswa saat menyelesaikan soal persamaan diferensial linear orde satu.. Jika kesalahan di mana dilakukan oleh responden yaitu kesalahan dalam menyusun persamaan, kesalahan dalam menghitung faktor pengintegrasi, kesalahan dalam penyederhanaan, kesalahan dalam

integrasi, kesalahan dalam menyelesaikan soal. Namun, penulis juga memberikan pembahasan yang benar agar responden tau dimana letak kesalahan mereka dalam menjawab soal. Dengan demikian, penelitian ini menekankan pentingnya memahami dan menerapkan konsep dasar dalam memecahkan permasalahan soal persamaan diferensial linear orde satu agar dapat diperoleh hasil yang tepat dan akurat.

DAFTAR PUSTAKA

- Afifah, D. S. N., Nafi'an, M. I., & Putri, I. M. (2018). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Kalkulus. *MaPan : Jurnal Matematika Dan Pembelajaran*, 6(2).
- Alfisyahra, Rahma Nasir, & Welli Meinarni. (2022). ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA PADA MATA KULIAH PERSAMAAN DIFERENSIAL BERDASARKAN NEWMAN'S ERROR ANALYSIS. *Aksioma*, Vol. 11 No. 2 <http://jurnal.fkip.untad.ac.id/index.php/jax/article/view/2518>
- Ardiawan, Y. (2015). Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal induksi matematika di IKIP PGRI Pontianak. *Jurnal Pendidikan Informatika Dan Sains*, 4(1), 147–163.
- Daniel, F., Naisunis, Y. P., & Taneo, P. N. L. (2018). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Pemecahan Masalah pada Mata Kuliah Persamaan Diferensial. *Edumatica Jurnal Pendidikan Matematika*, Vol. 8 No. 2, 107-119 ; 2580-0779 ; 2088-2157. <http://online-journal.unja.ac.id/edumatica/article/view/5548>
- Janan, T. (2022). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Persamaan dan Pertidaksamaan pada Mata Kuliah Kalkulus I. *Jurnal Derivat: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 9(1), 8-19.
- Mua'rif, J., Hasbi, M., & Usman, U. (2022). Analisis Penyelesaian Persamaan Diferensial Linear Tingkat Satu melalui Metode Lagrange dan Metode Bernoulli. *Jurnal Ilmiah Mahasiswa Pendidikan Matematika*, 7(1).
- Murtafiah, W., & Maret, E. PEMBELAJARAN AKTIF DENGAN METODE INFORMATION SEARCH UNTUK MENANAMKAN KOMPETENSI PROFESIONAL DAN BUDAYA BELAJAR PADA MATA KULIAH PERSAMAAN DIFERENSIAL. *Susunan Tim Penyunting*, 82.
- Muttaharah, A. (2023). Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal persamaan diferensial program studi Tadris Matematika Universitas Islam Ahmad Dahlan Sinjai. <Repository Universitas Islam Ahmad Dahlan Sinjai>
- Rosmayadi. (2018). Analisis kesalahan penyelesaian soal aljabar pada mahasiswa program studi pendidikan matematika STKIP Singkawang. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 12(1), 59–70.

- Sari, A. S. L. (2017). Analisis kesalahan mahasiswa STKIP PGRI Blitar dalam menyelesaikan soal persamaan diferensial orde 1 yang berkaitan dengan persamaan diferensial Bernoulli dan homogen. *Jurnal Cakrawala Pendidikan*, 20(1), 68-77. [digilib.stkip PGRI Blitar.ac.id]
- Selçuk, T. (2017). Identifying and overcoming student difficulties in solving first-order ordinary differential equations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(3), 393-414.
- Sumargiyani, Hibatallah, M. (2017). ANALISIS KESULITAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH PERSAMAAN DIFERENSIAL. *PROSIDING*.